

מכינה במתמטיקה



תוכן העניינים

1. מבוא לאגברה	(ללא ספר)	1
2. משוואות אלגבריות	(ללא ספר)	1
3. חוקי החזקות והשורשים	(ללא ספר)	17
4. משוואות מעריכיות	(ללא ספר)	1
5. משוואות לוגריתמיות	(ללא ספר)	17
6. הפונקציה הריבועית	(ללא ספר)	1
7. סדרה הנדסית	(ללא ספר)	1
8. היוונים (שימוש בנוסחאות)	(ללא ספר)	27
9. ריבית	(ללא ספר)	39

מכינה במתמטיקה

פרק 1 - מבוא לאלגברה

תוכן העניינים

1. חזרה על סדר פעולות חשבון ומספרים מכוונים - ישן (ללא ספר)
2. חזרה על פירוקים ונוסחאות הכפל המקוצר - ישן (ללא ספר)
3. חזרה על פעולות עם חזקות ושורשים - ישן (ללא ספר)
4. חזרה על שברים ואחוזים - ישן (ללא ספר)
5. חזרה על תבניות מספר - ישן (ללא ספר)
6. פירוק הטרינום - ישן (ללא ספר)

מכינה במתמטיקה

פרק 2 - משוואות אלגבריות

תוכן העניינים

1. מערכת משוואות ממעלה שנייה 1
2. מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה 3
3. משוואה ממעלה ראשונה 6
4. משוואה ממעלה שנייה 8
5. משוואות דו-ריבועיות 10
6. משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון 12
7. משוואות עם פרמטרים 13
8. משוואות עם שורשים 15

מערכת משוואות ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

מערכת משוואות ריבועיות מיוחסת למערכת של שתי משוואות (לפחות) שאחת מהן מכילה את אחד מהנעלמים בריבוע. למערכת משוואות ריבועיות יכולים להתקבל עד 4 פתרונות שונים. יש לפתור את המערכת לפי הטכניקות הרגילות של בידוד והצבה או השוואת מקדמים.

שאלות:

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36 \\ x^2 + 3y = 10 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 17 \\ xy = -10 \end{cases} \quad (4) \qquad \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x^2 - 3y^2 = 17 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 8y^2 = 8 \\ 3xy - 2y^2 = 4 \end{cases} \quad (6) \qquad \begin{cases} x^2 - xy - 20y^2 = 0 \\ x + 6y = 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 16x^2 - y^2 = 391 \\ 4x - y = 23 \end{cases} \quad (8) \qquad \begin{cases} x^2 - y^2 = 33 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{4}{y} - \frac{1}{x} = -19 \end{cases} \quad (10) \qquad \begin{cases} 4xy + x = -15 \\ \frac{3}{y} - 2x = 16 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} xy = 24 \\ (y-x)^2 - 7(y-x) + 10 = 0 \end{cases} \quad (12) \qquad \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 21 \\ \frac{8}{x} - \frac{1}{y} = 13 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3} \\ x^2 + y^2 = 9xy + 25 \end{cases} \quad (14) \qquad \begin{cases} x^2y - xy^2 = 84 \\ x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y = 24 \end{cases} \quad (13)$$

תשובות סופיות:

- (2, 4) , (4, 2) **1**
- (±4, -2) **2**
- (±2, ±1) **3**
- (5, -2) , (-5, 2) **4**
- $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{5}{11}, \frac{1}{11}\right)$ **5**
- $\left(3, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-3, -\frac{1}{2}\right)$, (2, 1) , (-2, -1) **6**
- (5, -3) **8**
- (7, 4) **7**
- $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$ **10**
- $\left(-5, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-24, -\frac{3}{32}\right)$ **9**
- (4, 6) , (-6, -4) , (3, 8) , (-8, -3) **12**
- $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ **11**
- (-1.65, 6.35) , (-6.35, 1.65) , (7, 4) , (-4, -7) **13**
- (5, 45) , (-5, -45) , (45, 5) , (-45, -5) **14**

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

הגדרה:

מערכת שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה (ליניאריות) היא מהצורה הבאה:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

כאשר a_1, b_1, c_1 ו- a_2, b_2, c_2 הם מקדמים מספריים.

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ \frac{x+3}{2} = y + 6 \end{cases}, \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} : \text{דוגמאות למערכות של משוואות}$$

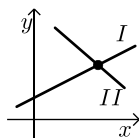
פתרון של מערכת משוואות:

פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת.

הצגה גרפית של מערכת משוואות:

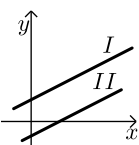
פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:



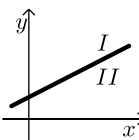
- הישרים נחתכים:

במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.



- הישרים מקבילים:

במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.



- הישרים מתלכדים:

במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.

פתרון אלגברי של מערכת משוואות:

- פתרון ע"י שיטת ההצבה :
נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.
נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.
- פתרון ע"י השוואת מקדמים :
1. כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
2. מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
3. מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

הערה:

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \quad \text{ג.}$	$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} \quad \text{ו.}$	$\begin{cases} -5x + 7y = -26 \\ x + 3y = -8 \end{cases} \quad \text{ה.}$	$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{ד.}$

2) פתור את המשוואות הבאות :

$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 4x = 3y - 29 \\ 5y = 9 - 13x \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} 5y = 2x \\ 4x = 5y + 8 \end{cases} \quad \text{ג.}$

(3) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} x+2y=1 \\ 4x+8y=5 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} 2(x-y)+4y=1+x \\ 2-7y+x=3(x-y) \end{cases} \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} 3y-x+2=4x+2-3y \\ 2x-3-y=5y-4x+3 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} \frac{x-3}{8}-\frac{x+y}{16}=\frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y)-4x-11=0 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} \frac{3x-1}{4}-\frac{2}{5}(x-y)=\frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4}-\frac{y}{2}=1 \end{cases} \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=4 \\ \frac{5}{x}-\frac{1}{y}=4 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} \frac{3}{x}+\frac{3}{y}=2 \\ \frac{9}{x}-\frac{4}{y}=-7 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} 4x-\frac{7}{y}=-3 \\ 5x+\frac{2}{y}=7 \end{cases} \end{array}$$

(6) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} x(y+2)+y=xy-5 \\ x-y=2 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} xy=20 \\ y(3x-4)=20 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} 5x-4xy=22 \\ 6x+xy=-20 \end{cases} \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. (2,5) ב. (-7,-10) ג. (4,-2) ד. (0,1) ה. (1,-3) ו. (-2,3).
- (2) א. $(4, \frac{1}{3})$ ב. $(-\frac{4}{5}, 9)$ ג. (4,1.6) ד. (-2,7).
- (3) א. אין פתרון. ב. אינסוף פתרונות.
- (4) א. (6,5) ב. (7,1) ג. (7,2).
- (5) א. (1,1) ב. (-3,1) ג. (1,1).
- (6) א. (-1,-3) ב. (2,10) ג. (-2,4).

משוואה ממעלה ראשונה:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא מהצורה: $ax = b$ (כלומר, החזקה של הנעלם היא 1).

פתרון של משוואה ממעלה ראשונה הוא: $x = \frac{b}{a}$ כאשר $a \neq 0$.

שלבי הפתרון הם:

1. ביצוע מכנה משותף (במידה וצריך).
2. פתיחת סוגריים אם ישנם.
3. העברת אגפים וכינוס אברים דומים (בידוד הנעלם באגף אחד והמספרים באגף שני).
4. בידוד הנעלם ומציאתו ע"י חילוק במקדם שלו.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות ממעלה ראשונה):

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| א. $6x + 2 = 8$ | ב. $7 - 2x = 7$ |
| ג. $2x + x = 24$ | ד. $2x + 6 = 8 + x$ |
| ה. $-7x + 5 + 2x = 4x - 13$ | ו. $6x - 3 + 5 - 7x = x - 5x - 7$ |
| ז. $2 - 5x + 7 = -3x + 8$ | ח. $x - 2 + 5x = 4 - 3x - 5 + 7x + 7$ |

(2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פתיחת סוגריים):

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| א. $3(x - 1) - 4 = 2$ | ב. $7x - 4(3 - 4x) = -x$ |
| ג. $6(4 - x) - (6 - x) = 3x$ | ד. $5x - (3x - 7)4 = 21$ |
| ה. $x(x - 5) = x^2 - 7x + 8$ | ו. $(7 - x)(1 - x) - (x - 3)^2 = 0$ |

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה מספרי):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4 & \text{ב. } \frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1 \\ \text{ג. } \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15} & \text{ד. } \frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \\ \text{ה. } \frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 & \text{ו. } 5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם נעלם במכנה):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 & \text{ב. } \frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} & \text{ד. } \frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \\ \text{ה. } \frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} & \text{ו. } \frac{1}{4x} + \frac{3}{x} = \frac{13}{2} \end{array}$$

(5) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנה משותף ע"י פירוק לגורמים):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{x^2+2}{3x^2+5x} = \frac{3x-1}{9x+15} & \text{ב. } \frac{7}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2-2x} = 0 \\ \text{ג. } \frac{3}{(2-x)^2} + \frac{5}{12-3x^2} = 0 & \text{ד. } \frac{4x^2-24x+36}{x-3} = 12 \end{array}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $x=1$ ב. $x=0$ ג. $x=8$ ד. $x=2$ ה. $x=2$ ו. $x=-3$
- ז. $x=\frac{1}{2}$ ח. $x=4$
- (2) א. $x=3$ ב. $x=\frac{1}{2}$ ג. $x=2\frac{1}{4}$ ד. $x=1$ ה. $x=4$ ו. $x=-1$
- (3) א. $x=-18$ ב. $x=-30$ ג. $x=-1$ ד. $x=1$ ה. $x=-10$ ו. $x=-21$
- (4) א. $x=8$ ב. $x=-1$ ג. $x=-3$ ד. $x=-2$ ה. $x=2$ ו. $x=\frac{1}{2}$
- (5) א. $x=-6$ ב. $x=-7$ ג. $x=-7$ ד. $x=6, x \neq 3$

משוואה ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

משוואה מהצורה: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) נקראת משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה יסומנו ב- x_1 ו- x_2 ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

- משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**
אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.
דוגמא: $x^2 + 5x - 4 = 0$
- משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**
אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.
דוגמא: $x^2 + 4x + 4 = 0$
- משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**
אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.
דוגמא: $x^2 + x + 4 = 0$

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x^2 + 10x - 16 = 0$

א. $x^2 + 3x - 10 = 0$

ד. $2x^2 - 6x + 5 = 0$

ג. $25x^2 - 20x + 4 = 0$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

א. $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 13$

ד. $(2x-1)^2 + x(2x+3) = (x-1)(x-7)$

ג. $2(x-5)^2 - (2x-3)^2 = 10x + 21$

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת b):

$$\text{א. } x^2 - 36 = 0 \quad \text{ב. } 32x^2 - 18 = 0$$

$$\text{ג. } 4x - x(x+2) = 3(x-1) - x - 6 \quad \text{ד. } (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 10$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואה חסרת c):

$$\text{א. } -7x^2 - 14x = 0 \quad \text{ב. } 5x^2 - x = 0$$

$$\text{ג. } 6x(x-2) - 1 = 4x - 3(x+1) + 2 \quad \text{ד. } (5x-2)^2 = (x-2)(x+3) + 10$$

(5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\text{א. } \frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x} \quad \text{ב. } \frac{x^2-9}{x+3} + x = x^2 - 18$$

$$\text{ג. } \frac{3}{2x+2} - \frac{2x-5}{2(x-1)^2} - \frac{4}{1-x^2} = 0 \quad \text{ד. } \frac{x}{2x^2-72} + \frac{2}{x^2+12x+36} = \frac{8x-15}{24-4x} + 2$$

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -5 \quad \text{ב. } x_1 = 2, x_2 = 8 \quad \text{ג. } x = \frac{2}{5} \quad \text{ד. אין פתרון.}$$

$$(2) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -1 \quad \text{ב. } x_1 = 1, x_2 = 1\frac{1}{4} \quad \text{ג. } x_1 = 1, x_2 = -10 \quad \text{ד. } x_1 = 0.6, x_2 = -2$$

$$(3) \text{ א. } x = \pm 6 \quad \text{ב. } x = \pm \frac{3}{4} \quad \text{ג. } x = \pm 3 \quad \text{ד. } x = \pm 1$$

$$(4) \text{ א. } x_1 = 0, x_2 = -2 \quad \text{ב. } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{5} \quad \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{6} \quad \text{ד. } x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{8}$$

$$(5) \text{ א. } x_1 = 2, x_2 = -1.2 \quad \text{ב. } x = 5, x \neq -3 \quad \text{ג. } x_1 = 0, x_2 = -5 \quad \text{ד. } x_1 = -7.6, x_2 = -4\frac{2}{7}$$

משוואות דו-ריבועיות:

סיכום כללי:

משוואה דו-ריבועית היא משוואה מהצורה: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ כאשר הנעלם הוא x .
פתרון המשוואה יבוצע ע"י מעבר לפרמטר: $x^2 = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0$ ומציאתו.
לאחר מכן יש להחזיר את ההצבה ולמצוא את ערכי x .

ניתן להביא משוואות לצורה זו ולהגדיר ביטוי המופיע בחזקות 2 ו-4
כגון: $(x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 2 = 0$ באמצעות פרמטר: $t = x^2 - 1$
ובכך לפתור משוואה: $t^2 + 3t - 2 = 0$ ולהחזיר את ההצבה עבור מציאת x .
דרך הפתרון תקפה לכל משוואה בה הנעלם מופיע בחזקות כפולות כגון 3 ו-6, או 4 ו-8.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

- (1) $5x^4 + 3x^2 - 8 = 0$
- (2) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
- (3) $13x^2(3x^2 - 1) - 2 = 3(x^2 - 1)(x^2 + 1)$
- (4) $x^2(x^2 + 1) = 10(3x^2 - 10)$
- (5) $x^6 + x^3 = 56$
- (6) $x^3 + 4 = \frac{32}{x^3}$
- (7) $x - 9\sqrt{x} + 14 = 0$
- (8) $x^8 - 4x^4 - 50 = 31x^4 - 84$
- (9) $125x^6 - 1 = 124(x^6 + x^3 + 1)$
- (10) $(2x^2 - x)^2 - 4(2x^2 - x) + 3 = 0$
- (11) $(x^2 + 2x)^2 + 7x^2 + 14x = -6$
- (12) $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} = 6 + x^2 - 4x$
- (13) $\frac{12}{x^2 + 2x - 8} = 1 + \frac{7.5}{x^2 + 2x - 3}$
- (14) $\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2}$
- (15) $\frac{3}{3x^2 - 15} + \frac{1}{x^2 + 5} = \frac{10}{x^4 - 25}$
- (16) $\frac{x^2 - 1}{4x^2 - 28} + 2 = \frac{9}{x^4 - 8x^2 + 7} + \frac{x^2}{2x^2 - 2}$
- (17) $\left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 + 35 = 12\left(2x + \frac{3}{x}\right)$
- (18) $\frac{3x^4}{(x+2)^2} + \frac{3x^2}{x+2} = 6$
- (19) $(2x - x^2 + 3)(2x - x^2 - 2) = 0$
- (20) $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x - 8) = -24$

תשובות סופיות:

$$x = \pm 1 \quad (1)$$

$$x = \pm 1, \pm \sqrt{2} \quad (2)$$

$$x = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$x = \pm 2, \pm 5 \quad (4)$$

$$x_1 = \sqrt[3]{7}, x_2 = -2 \quad (5)$$

$$x = -2, \sqrt[3]{4} \quad (6)$$

$$x = 49 \quad (7)$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{34}, x_{3,4} = \pm 1 \quad (8)$$

$$x = 5, -1 \quad (9)$$

$$x_1 = 1.5, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = -\frac{1}{2} \quad (10)$$

$$x = -1 \quad (11)$$

$$x_{1,2} = 1, 3 \quad (12)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 3.06, x_4 = -5.06 \quad (13)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2 \quad (14)$$

$$(15) \text{ אין פתרונות.}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{7}} \quad (16)$$

$$x = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3 \quad (17)$$

$$x = -1, 2 \quad (18)$$

$$x = 3, -1 \quad (19)$$

$$x = \pm 1, 4, 6 \quad (20)$$

משוואות עם אינסוף פתרונות וללא פתרון:

סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה:

למשוואה ממעלה ראשונה מהצורה: $ax = b$ יתכן פתרון יחיד אם ורק אם $a \neq 0$

מכיוון שניתן לחלק ולכתוב: $x = \frac{b}{a}$.

כאשר $a = 0$ מתקבלת המשוואה $0x = b$ ויתכנו שני מצבים:

1. אם $b = 0$ את המשוואה היא $0x = 0$ ויש אינסוף פתרונות המקיימים אותה.

2. אם $b \neq 0$ את המשוואה היא $0x = b \neq 0$ ואין אף ערך של x המקיים אותה.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

$$(1) \quad x + 4 = 6 + x \quad (2) \quad 3x + 6 - x = 4 + 2x + 2$$

$$(3) \quad 6(x - 2) = 2x + 5 + 4x \quad (4) \quad 5x - 3 + x = 4x + 2x - 3$$

$$(5) \quad \text{נתונה המשוואה: } 3 - 2(x + 2) = 5x + \square$$

א. איזה מספר יש להציב ב- $\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?

ב. איזה מספר יש להציב ב- $\square$ על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?

ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$ על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$ על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

תשובות סופיות:

(1) אף פתרון.

(2) אינסוף פתרונות.

(3) אין פתרון.

(4) אינסוף פתרונות.

(5) א. -8 ב. -1 ג. $-7x - 1$

ד. $-7x + k$ (כאשר k הוא מספר כלשהו חוץ מ-1).

משוואות עם פרמטרים:

סיכום כללי:

משוואה עם פרמטר הינה משוואה שמכילה שני סוגים של גדלים – משתנים ופרמטרים. את המשתנים מקובל לסמן באותיות x , y , z ואת הפרמטרים מסמנים בשאר האותיות. פתרון המשוואה יתקבל ע"י בידוד המשתנה כך שיבוטא באמצעות הפרמטר/ים שבמשוואה.

למשל פתרון המשוואה: $mx = 4$ (כאשר x הוא הנעלם ו- m הוא פרמטר) הוא: $x = \frac{4}{m}$

אשר מבוטא באמצעות הפרמטר m .

בכתיבת פתרון של משוואה עם פרמטרים יש לציין את תחום ההגדרה של הפרמטר עבורו הפתרון הוא בעל משמעות.

בדוגמא הנ"ל תחום ההגדרה הוא: $m \neq 0$.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

$$\text{א. } 3x - b = (b+1)x - 6 \quad \text{ב. } \frac{1}{3}(a - 3x) = \frac{1}{a}(ax - 3)$$

$$\text{ג. } (x - 2a)(x - 2b) = x^2 - 2(a^2 + b^2) \quad \text{ד. } \frac{m+1}{x-1} = \frac{m-1}{x+1}$$

$$\text{ה. } \frac{x}{a^2 - a} - \frac{1}{2a} = \frac{ax + x}{2a^3 - 4a^2 + 2a} - \frac{2}{a^3 - 2a^2 + a}$$

(2) פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\text{א. } \begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases} \quad \text{ב. } \begin{cases} ax + y = 2 \\ x + ay = 4 \end{cases}$$

$$\text{ג. } \begin{cases} \frac{x}{m} + y = m \\ x - m^2 y = 1 \end{cases} \quad \text{ד. } \begin{cases} (m-1)x - (2m+3)y = 5 \\ (m+2)x - (2m-1)y = 10m \end{cases}$$

$$\text{ה. } \begin{cases} (2a+b)x - (2a-b)y = 8ab \\ (2a-b)x + (2a+b)y = 8a^2 - 2b^2 \end{cases}$$

3) פתור את המשוואות הריבועיות הבאות :

$$\text{א. } x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad \text{ב. } x^2 - 2x + 4a = a^2 + 3$$

$$\text{ג. } x^2 + m(x+10) = 2m^2 - 5x \quad \text{ד. } \frac{1}{a-x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+x} = 0$$

$$\text{ה. } (m^2 + 1)x^2 - m^2x - 1 = 0 \quad \text{ו. } \frac{a}{x} + \frac{1}{b} = \frac{x}{a} + b$$

$$\text{ז. } x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$$

תשובות סופיות:

$$\text{(1) א. } x = \frac{b-6}{2-b}, b \neq 2 \quad \text{ב. } x = \frac{a^2+9}{6a}, a \neq 0 \quad \text{ג. } x = a+b \quad \text{ד. } x = -m \quad \text{ה. } x = a+1$$

$$\text{(2) א. } m \neq 1, (m+1, -1) \quad \text{ב. } a \neq \pm 1, \left(\frac{2a-4}{a^2-1}, \frac{4a-2}{a^2-1} \right)$$

$$\text{ג. } m \neq 0-1, \left(m^2 - m + 1, \frac{m-1}{m} \right) \quad \text{ד. } m \neq 1, -2, (2m+1, m-2)$$

$$\text{ה. } b \neq \pm 2a, (2a+b, 2a-b)$$

$$\text{(3) א. } x = m+1, m-1 \quad \text{ב. } x = a-1, 3-a \quad \text{ג. } x = m-5, -2m$$

$$\text{ד. } a \neq 0, x \neq \pm a, x = \pm a\sqrt{3} \quad \text{ה. } x = 1, -\frac{1}{m^2+1}$$

$$\text{ו. } a, b \neq 0, x = \frac{a}{b}, -ab \quad \text{ז. } a \neq \pm b, x = \frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{a+b}$$

משוואות עם שורשים:

סיכום כללי:

פתרון משוואה מהצורה: $\sqrt{x} = a$ יתקבל ע"י העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה באופן הבא: $x = a^2 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (a)^2$.

הערות:

- (1) יש לזכור בעת העלאה בריבוע של שני אגפי המשוואה יש לבדוק את כל הפתרונות המתקבלים ע"י הצבתם במשוואה המקורית.
- (2) למשוואה מהצורה $\sqrt{x} = a$ שבה $a < 0$ אין פתרון.
- (3) יש לסדר תחילה משוואות שבהן הביטוי עם שורש אינו מבודד.
- (4) במשוואות שבהן יותר מביטוי אחד עם שורש יש לבודד תחילה את אחד הביטויים, להעלות בריבוע ולאחר מכן לחזור על התהליך ולבצע העלאה בריבוע פעם נוספת.

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות:

- | | |
|--|---|
| (2) $\sqrt{x+2} = x$ | (1) $\sqrt{2x+5} = 7$ |
| (4) $\sqrt{2x+7} + 4 = x$ | (3) $\sqrt{3x+1} + x = 13$ |
| (6) $\sqrt{10x+6} + 9 = x$ | (5) $\sqrt{x-1} + 3 = x$ |
| (8) $\sqrt{24-x} + 3 = 2x$ | (7) $\sqrt{x+6} - 2 = 2x$ |
| (10) $2x = 16 - 3\sqrt{x-1}$ | (9) $\sqrt{x+16} + 4 = 2x$ |
| (12) $\sqrt{x^2 - 5x + 12} = 2\sqrt{6-x}$ | (11) $\sqrt{3x+5} = \sqrt{x+17}$ |
| (14) $\sqrt{2x-1} + 3 = \sqrt{7x+1}$ | (13) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x-5} = \sqrt{11-x^2}$ |
| (16) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{3-x} = 2$ | (15) $\sqrt{9x-8} - 3\sqrt{x+4} = -2$ |
| (18) $\sqrt{2x-2} + \sqrt{5x-4} = \sqrt{3x-2}$ | (17) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{4x+1}$ |
| | (19) $3\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3} = 2\sqrt{x+2}$ |

תשובות סופיות:

- | | |
|---------------------------|---------------|
| $x = 2$ (2 | $x = 22$ (1 |
| $x = 9$ (4 | $x = 8$ (3 |
| $x = 25$ (6 | $x = 5$ (5 |
| $x = 3.75$ (8 | $x = 0.25$ (7 |
| $x = 5$ (10 | $x = 4.25$ (9 |
| $x = 4, -3$ (12 | $x = 6$ (11 |
| $x = 5$ (14 | $x = 3$ (13 |
| $x = 2, 2\frac{8}{9}$ (16 | $x = 12$ (15 |
| $x = 1$ (18 | $x = 6$ (17 |
| | $x = 2$ (19 |

מכינה במתמטיקה

פרק 3 - חוקי החזקות והשורשים

תוכן העניינים

17	1. חוקי החזקות.....
22	2. חוקי השורשים.....
26	3. כתיבה מדעית של מספרים.....

חוקי החזקות:

סיכום כללי:

סיכום חוקי החזקות:

$$\begin{array}{lll}
 1. \quad a^0 = 1 & 2. \quad a^1 = a & 3. \quad a^n \cdot a^m = a^{m+n} \\
 4. \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & 5. \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} & 6. \quad a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \\
 7. \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m & 8. \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} & 9. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m
 \end{array}$$

שאלות:

(1) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} \quad a^2 a^6 & \text{ב.} \quad t^3 t^5 t^7 & \text{ג.} \quad b^2 b^5 b^{12} b^3 \\
 \text{ד.} \quad \frac{k^8}{k^3} & \text{ה.} \quad \frac{n^{14}}{n^9} & \text{ו.} \quad \frac{c^6}{c^2} \\
 \text{ז.} \quad \frac{a^3 a^{19}}{a^{15}} & \text{ח.} \quad \frac{x^{30}}{x^9 x^{18}} & \text{ט.} \quad \frac{y^3 y^{15}}{y^4 y^{14}} \\
 \text{י.} \quad 3^2 3^3 3^4 & \text{יא.} \quad \frac{2^{16} 2^2}{2^{10}} & \text{יב.} \quad \frac{5^{20} 5^3 5^{16}}{5^4 5^{22} 5^8}
 \end{array}$$

(2) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים: $a^n a^m = a^{n+m}$ ו- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} \quad \frac{3^4 2^7}{2^6 3^2} & \text{ב.} \quad \frac{a^{10} b^{13} a^3}{b^4 b^6 b^2 a^{12}} & \text{ג.} \quad \frac{x^8 y^5 y^9 x^2}{y^4 x^4}
 \end{array}$$

(3) לפניך הביטוי הבא: $\frac{3^6 2^{17} 3^3 2^4}{3^4 2^3 2^2}$

מצא n כך שיתקיים שוויון בין הביטוי $243 \cdot 2^n$ לבין הביטוי הנתון.

(4) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים :

א. $\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^4 \cdot 2^5}$	ב. $\frac{9^3 \cdot 27^2}{3^9 \cdot 81}$
ג. $\frac{10^9 \cdot 25^5 \cdot 8^{-1}}{40^3 \cdot 125^5}$	ד. $2^3 + 2^5$

(5) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוק : $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

א. $(a^2)^4$	ב. $(c^3)^{10}$	ג. $(x^3 x^{10})^2$
ד. $\frac{(b^2)^3}{b^2 b^3}$	ה. $\frac{n^7 n^8}{(n^3)^4}$	ו. $\frac{d^{20} (d^4)^2}{d^{12} (d^3)^2}$
ז. $\frac{2^5 (2^4)^2 2^3}{(2^3 2^2)^3}$	ח. $\frac{3^6 (3^3 3^2)^6}{3^{28} (3^2)^3}$	ט. $\frac{(8^3)^8 8^{11}}{(8^2 8)^3 8^8}$
י. $\frac{(2^4)^5 (3^6)^7 2^{20}}{3^{35} 2^{40}}$	יא. $\frac{(3^2)^6 5^{31} 3^7}{(5^2)^{10} 5^{11} 3^{18}}$	יב. $\frac{(3^2)^7 5^{10} (5^3)^2}{3^9 5^{16}}$

(6) לפניך הביטויים הבאים : $\left((3^2)^3\right)^4$ ו- $\left((3^6)^n\right)^2$.

מצא n כך שיתקיים שוויון בין שני הביטויים.

(7) חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים :

א. $\frac{2^3 3^5}{2^2 3^4}$	ב. $\frac{5^{20} 3^{14} 3^8}{3^{20} 5^{12} 5^8}$	ג. $\frac{7^{12} 2^2 2^6}{2^5 7^{10} 7}$
------------------------------	--	--

(8) פשט את הביטויים הבאים :

א. $3^2 9 \cdot 81^2$	ב. $64^2 2^3 8^2$	ג. $125 \cdot 25 \cdot 5^5$
ד. $\frac{2^4 \cdot 16^5}{8 \cdot 512}$	ה. $\frac{(4^2)^3 16}{64 \cdot 2^3}$	ו. $\frac{\left((3^4)^4\right)^5}{81^3 27^4 3^5}$

(9) פשט את הביטויים הבאים :

$$\begin{array}{ll}
 \text{א.} & \frac{(2a^2b)^3 \cdot (ab^{-3})^2}{4ab^{-2} \cdot \left(\frac{a^2}{b}\right)^4} \\
 \text{ב.} & \frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}} \\
 \text{ג.} & \frac{4^{b+3}}{4^{b+1} + 4^{b+2}} \\
 \text{ד.} & \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^{n+3} + x^{n+5}}{x^{n+2}}
 \end{array}$$

(10) פשט את הביטויים הבאים בעזרת החוקים : $(ab)^n = a^n b^n$ ו- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & (a^2b)^3 & \text{ב.} & (m^4n^3)^5 & \text{ג.} & (x^{12}y^3)^3 \\
 \text{ד.} & \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4 & \text{ה.} & \left(\frac{i^4}{k^3}\right)^7 & \text{ו.} & \left(\frac{a^{14}b^4}{a^6ab^3}\right)^3 \\
 \text{ז.} & \left(\frac{x^3y^5y^2x^6}{y^4x^7}\right)^6 & \text{ח.} & \left(\frac{t^7r^{20}t^3}{r^2r^{12}t^8}\right)^2 & \text{ט.} & \left(\frac{(b^{12}c)^2c^{14}}{c(c^3b^5)^4b^3}\right)^2
 \end{array}$$

(11) חשב ללא מחשבון את הביטויים הבאים :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \left(\frac{3^9 2^6 2^2}{3^6 2^5 3^2}\right)^2 & \text{ב.} & \left(\frac{(5^4)^2 3^6}{3^5 5^7}\right)^2 & \text{ג.} & \left(\frac{7^3 \cdot 16 \cdot 128 \cdot 49}{(2^2 7)^5}\right)^3
 \end{array}$$

(12) בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה שלילית :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \frac{1}{4^6} & \text{ב.} & \frac{1}{5^3} & \text{ג.} & \frac{1}{2^{10}} \\
 \text{ד.} & \frac{1}{8} & \text{ה.} & \frac{1}{81} & \text{ו.} & \frac{1}{125}
 \end{array}$$

(13) בטא את הביטויים הבאים מחדש בעזרת שימוש בחזקה חיובית וחשב את ערכם :

$$\begin{array}{lll}
 \text{א.} & \frac{1}{4^{-3}} & \text{ב.} & \frac{1}{3^{-2}} & \text{ג.} & \frac{1}{5^{-3}}
 \end{array}$$

(14) חשב את הביטויים הבאים :

ג. $5^6 \cdot 5^{-3} \cdot 5^{-2}$

ב. $2^{-8} \cdot 512 \cdot 2^2$

א. $3^2 \cdot 3^{-5} \cdot 3^7$

ו. $\frac{3^{-6} \cdot 7^7 \cdot 7^{-4}}{3^{-4} \cdot 3^{-3} \cdot 7^3}$

ה. $\frac{2^{-5} \cdot 5^3 \cdot 2^{14}}{5^2 \cdot 5^{-10} \cdot 5^8 \cdot 2^6}$

ד. $2^{14} \cdot 3^{-6} \cdot 2^{16} \cdot 3^4 \cdot 2^{-30}$

(15) פשט את הביטויים הבאים לצורה ללא חזקות שליליות.

ג. $\frac{2^{-3} 5^4}{5^4 \cdot 125 \cdot (5^2 2)^{-3} \cdot 2^{-4}}$

ב. $\frac{(4^4)^{-4} 3^{-11}}{(3^{-2} 4^3)^{-6}}$

א. $\left(\frac{5^{-4}}{3^2}\right)^{-6}$

(16) פשט את הביטויים הבאים :

ג. $\frac{(m^{n+2})^3 \cdot m^{-4n-2}}{\frac{1}{m^{6n+2}} \cdot (m^3)^{n-2}}$

ב. $\frac{(k^2)^{m+2} \cdot k^{1-3m}}{(k^{2m})^3 \cdot \frac{1}{k^{7m-4}}}$

א. $\frac{a^{n+2} \cdot a^{2-3n}}{(a^3)^{n+1}}$

תשובות סופיות:

- (1) א. a^8 ב. t^{15} ג. b^{22} ד. k^5 ה. n^5 ו. c^4
 ז. a^7 ח. x^3 ט. 1 י. 3^9 יא. 2^8 יב. 5^5
- (2) א. 18 ב. ab ג. $x^6 y^{10}$
- (3) $n=16$
- (4) א. 2 ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{5}{8}$ ד. 40
- (5) א. a^8 ב. c^{30} ג. x^{26} ד. b ה. n^3 ו. d^{10}
 ז. 2 ח. 9 ט. 8^{18} י. 3^7 יא. 3 יב. 3^5
- (6) $n=2$
- (7) א. 6 ב. 9 ג. 56
- (8) א. 3^{12} ב. 2^{21} ג. 5^{10} ד. 2^{12} ה. 2^7 ו. 3^{51}
- (9) א. $\frac{2b^3}{a}$ ב. k ג. $3\frac{1}{5}$ ד. $\frac{1}{x} + x$
- (10) א. $a^6 b^3$ ב. $m^{20} n^{15}$ ג. $x^{36} y^9$ ד. $\frac{a^{12}}{b^8}$ ה. $\frac{i^{28}}{k^{21}}$ ו. $a^{21} b^3$
- ז. $x^{12} y^{18}$ ח. $t^4 r^{12}$ ט. $b^2 c^6$
- (11) א. 576 ב. 225 ג. 8
- (12) א. 4^{-6} ב. 5^{-3} ג. 2^{-10} ד. 2^{-3} ה. 3^{-4} ו. 5^{-3}
- (13) א. 64 ב. 9 ג. 125
- (14) א. 81 ב. 8 ג. 5 ד. $\frac{1}{9}$ ה. 1000 ו. 3
- (15) א. $5^{24} \cdot 3^{12}$ ב. $\frac{4^2}{3^{23}}$ ג. $5^3 \cdot 2^4$
- (16) א. a^{1-5n} ב. k ג. m^{2n+12}

חוקי השורשים:

סיכום כללי:

סיכום חוקי השורשים:

$$\begin{array}{lll}
 1. \quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} & 2. \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} & 3. \quad \sqrt[n]{a^n} = a \\
 4. \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} & 5. \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} & 6. \quad \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot n]{a}
 \end{array}$$

שאלות:

17) הבא את הביטויים הבאים לצורה: $\sqrt[n]{a^m}$.

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } 3^{\frac{1}{4}} & \text{ב. } 2^{\frac{3}{5}} & \text{ג. } 6^{\frac{5}{6}} \\
 \text{ד. } -12^{\frac{2}{7}} & \text{ה. } -(-4)^{\frac{1}{3}} & \text{ו. } -(-3)^{\frac{3}{4}} \\
 \text{ז. } 5^{-\frac{1}{4}} & \text{ח. } 27^{-\frac{1}{3}} & \text{ט. } 64^{-\frac{5}{6}}
 \end{array}$$

18) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } \sqrt{49} & \text{ב. } -\sqrt{25} & \text{ג. } \sqrt[3]{8} \\
 \text{ד. } -\sqrt[3]{128} & \text{ה. } \sqrt[3]{(-2)^6} & \text{ו. } (\sqrt[5]{1024})^2 \\
 \text{ז. } (\sqrt[5]{-243})^3 & \text{ח. } \sqrt[4]{-16} & \text{ט. } \sqrt[4]{-25^2} \\
 \text{י. } \sqrt[4]{(-25)^2} & &
 \end{array}$$

(19) חשב ללא מחשבון את ערכם של הביטויים הבאים:

- | | | |
|---|--|---|
| א. $8^{\frac{2}{3}}$ | ב. $32^{\frac{3}{5}}$ | ג. $128^{-\frac{2}{7}}$ |
| ד. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5}$ | ה. $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-2.5}$ | ו. $\left(\frac{64}{343}\right)^{-\frac{2}{3}}$ |
| ז. $81^{\frac{3}{4}} \cdot 64^{-\frac{1}{3}}$ | ח. $343^{\frac{2}{3}} \cdot 100^{\frac{1}{2}}$ | ט. $16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}}$ |

(20) חשב ללא מחשבון את ערך הביטוי הבא: $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$

(21) פשט את הביטויים הבאים:

- | | | |
|---|--|--|
| א. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ | ב. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ | ג. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ |
| ד. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$ | ה. $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$ | ו. $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$ |
| ז. $\frac{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}}$ | ח. $\frac{\sqrt[3]{500} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[4]{25^2} \cdot \sqrt[3]{4}}$ | ט. $\frac{\sqrt[3]{8^2} \sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{400} \sqrt{2}}$ |

(22) הכנס לתוך שורש את המספרים החופשיים:

- | | | |
|-------------------|----------------|--------------------------|
| א. $3\sqrt{2}$ | ב. $5\sqrt{3}$ | ג. $\frac{\sqrt{36}}{2}$ |
| ד. $2\sqrt[3]{3}$ | ה. $x\sqrt{x}$ | |

(23) הכנס את כל המקדמים בביטויים הבאים לתוך השורש:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| א. $2\sqrt{5}$ | ב. $4\sqrt[3]{2}$ | ג. $2\sqrt[5]{3}$ |
| ד. $\frac{\sqrt{24}}{2}$ | ה. $\frac{\sqrt[3]{24}}{2}$ | ו. $\frac{3\sqrt[4]{5000}}{10}$ |
| ז. $-5\sqrt[3]{2}$ | ח. $-5\sqrt[4]{2}$ | ט. $-5\sqrt[5]{-2}$ |

(24) הוצא מהשורש את הכופל הגדול ביותר :

- א. $\sqrt{12}$ ב. $\sqrt{48}$ ג. $\sqrt{63}$
- ד. $\sqrt[3]{54}$ ה. $\sqrt{x^5}$

(25) חלץ מן הביטויים הבאים את המקדם הגבוה ביותר ככל הניתן :

- א. $\sqrt{40}$ ב. $\sqrt{50}$ ג. $\sqrt{320}$
- ד. $\sqrt[3]{108}$ ה. $\sqrt[3]{56}$ ו. $\sqrt[5]{160}$
- ז. $\sqrt[4]{162}$ ח. $\sqrt[5]{972}$ ט. $\sqrt[6]{192}$

(26) פשט את הביטויים הבאים :

- א. $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ ב. $\sqrt{7} + \sqrt{63}$ ג. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}$
- ד. $\sqrt[4]{405} - \sqrt[4]{80}$ ה. $\frac{20}{\sqrt{5}}$ ו. $\frac{\sqrt{8}}{2}$
- ז. $\frac{16}{\sqrt{2}}$ ח. $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{12}}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{160} - \sqrt[5]{5}}$

(27) פשט את הביטויים הבאים :

- א. $3^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{-2.5} \cdot 27^{\frac{3}{2}}$ ב. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{-3}$ ג. $125^{\frac{1}{6}} \cdot 5^2 \cdot 5^{-\frac{2}{3}}$
- ד. $\frac{27^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-\frac{2}{3}}}{9^{\frac{1}{6}}}$ ה. $\frac{49^{\frac{2}{5}} \cdot 7^{-\frac{6}{5}}}{343^{\frac{1}{5}}}$ ו. $\frac{512^{\frac{1}{4}} \cdot 64^{-\frac{3}{4}}}{128^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{-2}}$

תשובות סופיות:

- (17) א. $\sqrt[4]{3}$ ב. $\sqrt[5]{2^3}$ ג. $\sqrt[6]{6^5}$ ד. $-\sqrt[7]{12^2}$ ה. $-\sqrt[3]{-4}$ ו. ϕ
- ז. $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ ח. $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$ או $\frac{1}{3}$ ט. $\frac{1}{\sqrt[6]{64^5}}$ או $\frac{1}{2^5}$
- (18) א. 7 ב. -5 ג. 2 ד. -2 ה. 4 ו. 16
- ז. -27 ח. ϕ ט. ϕ י. 5
- (19) א. 4 ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. 125 ה. $\frac{32}{243}$ ו. $\frac{49}{16}$
- ז. $\frac{27}{4}$ ח. $\frac{10}{49}$ ט. $\frac{1}{2}$
- (20) $\sqrt{2}$
- (21) א. 4 ב. 9 ג. 20 ד. 6 ה. 3 ו. 2
- ז. $\sqrt{2}$ ח. $\sqrt{5}$ ט. $\sqrt{2}$
- (22) א. $\sqrt{18}$ ב. $\sqrt{75}$ ג. $\sqrt{9}$ ד. $\sqrt[3]{24}$ ה. $\sqrt{x^3}$
- (23) א. $\sqrt{20}$ ב. $\sqrt[3]{128}$ ג. $\sqrt[5]{96}$ ד. $\sqrt{6}$ ה. $\sqrt[3]{3}$
- ו. $\sqrt[4]{40\frac{1}{2}}$ ז. $\sqrt[3]{-250}$ ח. $-\sqrt[4]{1250}$ ט. $\sqrt[5]{5^5 \cdot 2}$
- (24) א. $2\sqrt{3}$ ב. $4\sqrt{3}$ ג. $3\sqrt{7}$ ד. $3\sqrt[3]{2}$ ה. $x^2\sqrt{x}$
- (25) א. $2\sqrt{10}$ ב. $5\sqrt{2}$ ג. $8\sqrt{5}$ ד. $3\sqrt[3]{4}$ ה. $2\sqrt[3]{7}$ ו. $2\sqrt[5]{5}$
- ז. $3\sqrt[4]{2}$ ח. $3\sqrt[5]{4}$ ט. $2\sqrt[8]{3}$
- (26) א. $\sqrt{2}$ ב. $4\sqrt{7}$ ג. $6\sqrt[3]{2}$ ד. $\sqrt[4]{5}$ ה. $4\sqrt{5}$ ו. $\sqrt{2}$
- ז. $8\sqrt{2}$ ח. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ או $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ט. $\frac{10}{\sqrt[5]{5}}$ או $2\sqrt[5]{5^4}$
- (27) א. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ ב. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^{61}}}$ ג. $\sqrt[6]{5^{11}}$ ד. 27 ה. $\frac{1}{7}$ ו. $\sqrt[8]{2^5}$

כתיבה מדעית של מספרים:

שאלות:

(28) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. 15,000,000	ב. 1,500,000
ג. 150,000,000,000	ד. 23,400,000
ה. 0.0003	ו. 0.00000042
ז. 0.000000042	ח. 0.00000000042

(29) בטא את המספרים הבאים בכתיב מדעי:

א. $(3,000,000)^2$	ב. $(2,000,000)^2$
ג. $(5,000)^3$	ד. $(50,000)^3$
ה. $(0.0002)^4$	ו. $(0.00004)^3$
ז. $(0.000005)^3$	ח. $(0.000000007)^3$

תשובות סופיות:

(28) א. $1.5 \cdot 10^7$	ב. $1.5 \cdot 10^6$	ג. $1.5 \cdot 10^{11}$	ד. $2.34 \cdot 10^7$	ה. $3 \cdot 10^{-4}$
ו. $4.2 \cdot 10^{-7}$	ז. $4.2 \cdot 10^{-8}$	ח. $4.2 \cdot 10^{-10}$		
(29) א. $9 \cdot 10^{12}$	ב. $4 \cdot 10^{12}$	ג. $1.25 \cdot 10^{11}$	ד. $1.25 \cdot 10^{14}$	ה. $1.6 \cdot 10^{-15}$
ו. $6.4 \cdot 10^{-14}$	ז. $1.25 \cdot 10^{-16}$	ח. $3.43 \cdot 10^{-25}$		

מכינה במתמטיקה

פרק 4 - משוואות מעריכיות

תוכן העניינים

1. משוואות מעריכיות (ללא ספר)
2. מערכת משוואות מעריכיות (ללא ספר)

מכינה במתמטיקה

פרק 5 - משוואות לוגריתמיות

תוכן העניינים

1. הגדרת הלוגריתם (ללא ספר)
2. חוקי הלוגריתמים ישן (ללא ספר)
3. משוואות לוגריתמיות הנפתרות באמצעות הגדרת הלוג (ללא ספר)
4. משוואות לוגריתמיות הנפתרות באמצעות חוקי הלוגריתמים (ללא ספר)
5. הוצאת לוג משני אגפי המשוואה (ללא ספר)
6. משוואות לוגריתמיות עם בסיסים שונים (ללא ספר)
7. מערכת משוואות לוגריתמיות (ללא ספר)
8. מערכת משוואות לוגריתמיות ומעריכיות (ללא ספר)

מכינה במתמטיקה

פרק 6 - הפונקציה הריבועית

תוכן העניינים

1. הפונקציה הריבועית היסודית $y=x^2$ (ללא ספר)
2. משפחת הפרבולות מהצורה $y=x^2+c$ (ללא ספר)
3. משפחת הפרבולות מהצורה $y=(x-p)^2$ (ללא ספר)
4. משפחת הפרבולות מהצורה $y=(x-p)^2+k$ (ללא ספר)
5. משפחת הפרבולות עם מקדם a כללי (ללא ספר)
6. משפחת הפרבולות מהצורה $y=a(x-p)^2+k$ (ללא ספר)
7. הצגה סטנדרטית של הפונקציה הריבועית (ללא ספר)
8. סרטוט של גרף הפונקציה הריבועית הכללית (ללא ספר)
9. מציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית עם a כללי (ללא ספר)
10. ייצוגים שונים של פונקציה ריבועית (ללא ספר)
11. חיתוך בין ישר ופרבולה (ללא ספר)
12. חיתוך בין שתי פרבולות (ללא ספר)
13. שאלות מסכמות (ללא ספר)

מכינה במתמטיקה

פרק 7 - סדרה הנדסית

תוכן העניינים

1. סדרה הנדסית (ללא ספר)
2. סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת (ללא ספר)

מכינה במתמטיקה

פרק 8 - היוונים (שימוש בנוסחאות)

תוכן העניינים

1. כללי 27

היוונים (שימוש בנוסחאות):

שאלות:

FV חד פעמי:

- (1) אופיר מפקיד 100 ₪ היום, 100 ₪ נוספים לאחר שנה, 200 ₪ בתום שנה שלישית. כמה הצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית היא 2% לשנה בשנתיים הראשונות, 3% לשנה בשלוש שנים לאחר מכן ו-8% בשאר השנים?
- (2) אופיר הפקיד היום 1,000 ₪ בתוכנית חיסכון סגורה ל-3 שנים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 6%. כמה יצטבר לזכותו בתום התוכנית?
- (3) אופיר הפקיד היום 1,000 ₪ בתוכנית חיסכון סגורה ל-3 שנים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 6%. לאחר 3 שנים סגר הלקוח את הכסף לשלוש שנים נוספות בריבית של 7% לשנה. כמה יצטבר לזכותו בתום 6 שנות חיסכון?
- (4) ליעד הפקיד היום 1,000 ₪ ובתום שנתיים הפקיד 1,000 ₪ נוספים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 3.5%. כמה יצטבר לזכותו בתום 5 שנות חיסכון?
- (5) ליעד הפקיד היום 1000 ₪ ובתום שנתיים הפקיד 1000 ₪ נוספים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 3.5% בשנה הראשונה, 5% בשנתיים לאחר מכן ו-10% בשאר השנים. כמה יצטבר לזכותו בתום 8 שנות חיסכון?
- (6) דור פתח תוכנית חיסכון לקראת הגיוס כאשר היום הפקיד 15,000 ₪ בתום 3 שנות שירות הצטבר לזכותו סכום של 16,390 ₪. מה שיעור התשואה השנתי שלה זכה דור?
- (7) דור פתח תוכנית חיסכון לקראת הגיוס כאשר היום הפקיד 15,000 ₪ ובתום 4.5 שנות שירות (חובה + קבע) הצטבר לזכותו סכום של 16,390 ₪. ידוע כי במועד השחרור קיבל מענק של 750 ₪. מה שיעור התשואה השנתי שלה זכה דור?

- (8)** סבתא דליה מעוניינת להוריש לשני נכדיה 100,000 ₪ בתום 10 שנים מהיום. לצורך כך הפקידה היום סכום מסוים וסכום משולש מסכום ההפקדה הראשון בתום השנה החמישית. הריבית על ההפקדות 3% לשנה. מה סכום ההפקדה בתום השנה החמישית?
- (9)** סבתא דליה מעוניינת להוריש לשני נכדיה 100,000 ₪ בתום 10 שנים מהיום. לצורך כך הפקידה היום סכום מסוים וסכום משולש מסכום ההפקדה הראשון בתום השנה החמישית. הריבית על ההפקדות 3% בשנה הראשונה, 5% לשנה בחמש השנים לאחר מכן ו-7% בשנה בשאר השנים. מה סכום ההפקדה בתום שנה חמישית?
- (10)** סבא דוד מפקיד 100 ₪ היום ובתום שנה ראשונה. הריבית השנתית 2% לשנה והיא גדלה ב-1.5% כל שנה. כמה הצטבר לזכותו בתום 4 שנות חיסכון?
- (11)** פועל בבית אריזה מפריש לחיסכון סכום של 300 ₪ כל שנה שנייה החל מהיום ובמשך 4 הפקדות. כמה יצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית 8% לשנה?
- (12)** פועל בבית אריזה מפריש לחיסכון סכום של 300 ₪ כל שנה שנייה החל מהיום ובמשך 4 הפקדות. כמה יצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית 8% לשנה בארבע השנים הראשונות ולאחר מכן צונחת ל-0.5%?
- (13)** פועל בבית אריזה מפריש לחיסכון סכום של 300 ₪ כל שנה שנייה החל מהיום ובמשך 4 הפקדות. כמה יצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית 8% לשנה בארבע השנים הראשונות ולאחר מכן צונחת ל-0.5%? ידוע כי אם יתמיד וישאיר את הכסף עד תום שנה עשירית יקבל מענק של 3% מסך כל הסכום שנצבר בשנה זו.
- (14)** משקיע מפקיד 100 ₪ בתום שנה ראשונה ושנייה ו-200 ₪ בתום שנה רביעית וחמישית, כמה הצטבר לזכותו בתום שנה חמישית, באם הריבית בשנה הראשונה היא 1% והיא עולה ב-2% כל שנה?

- 15** הוצע לך בבנק, אחת מההשקעות הבאות:
- א. הפקד היום 100 ₪ ובעוד 3.5 שנים 100 ₪ נוספים בריבית שנתית של 5% בשנתיים הראשונות ו-2% בשאר השנים.
- ב. לחילופין ניתן להפקיד סכום חד פעמי של 250 ₪ בתום שנה חמישית ולקבל ריבית קבועה של 1% לשנה.
- איזו חלופה עדיפה באם החיסכון ייפרע בתום שנה עשירית?
- 16** הינך מפקיד היום סכום מסוים וסכום כפול מההפקדה הראשונה בתום שנה שנייה וזאת על מנת להבטיח סכום של 1000 ₪ בתום 8 שנים.
- מה סכום ההפקדה בשנה השנייה באם הריבית היא 5% לשנה?
- 17** כמה עלי להפקיד היום בתוכנית חיסכון הנושאת ריבית של 0.5% לחודש, באם אני מעוניין שבפירעון התוכנית בתום שנתיים וחצי מהיום יעמוד לזכותי סך של 5000 ₪?

FV סדרתי:

- 18** ליעד מפקיד 100 ₪ כל שנה למשך 4 שנים.
- כמה הצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית היא 1% לשנה?
- 19** ליעד מפקיד 100 ₪ בתחילת כל שנה למשך 4 שנים.
- כמה הצטבר לזכותו בתום 10 שנים, באם הריבית היא 1% לשנה?
- 20** לקוח חוסך 400 ₪ כל חודש למשך 5 שנים.
- כמה יצטבר לזכותו בתום תקופת החיסכון באם הריבית החודשית 2% לחודש?
- 21** לקוח חוסך 400 ₪ כל חודש למשך 5 שנים.
- כמה יצטבר לזכותו בתום תקופת החיסכון באם הריבית החודשית 2% לחודש במהלך שלוש השנים הראשונות ולאחר מכן הריבית יורדת ל-0.2% בחודש?
- 22** אופיר מפקיד 300 ₪ כל חודש למשך 3 שנים. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 0.35% לחודש.
- כמה יצטבר לזכותו בתום 3 שנים של חסכון?
- 23** מר מאגדי מפקיד 300 ₪ כל חודש למשך 3 שנים. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 0.35% לחודש.
- כמה יצטבר לזכותו בתום 5 שנים מפתחת התוכנית, אם משך את כל הכסף שנתיים לאחר סיום ההפקדות?

- (24)** גברת שושי מפקידה 200 ₪ כל חודש למשך 3 שנים ובשנתיים לאחר מכן מפקידה 400 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 1% לחודש. כמה יצטבר לזכותה בתום 5 שנות חיסכון?
- (25)** גברת שושי מפקידה 200 ₪ כל חודש למשך 3 שנים ובשנתיים לאחר מכן מפקידה 400 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 1% לחודש. כמה יצטבר לזכותה בתום תכנית החיסכון באם נקודת היציאה מהתוכנית היא בתום 10 שנים מתחילת החיסכון?
- (26)** לקוחה מפקידה 100 ₪ כל חודש למשך שנתיים ובשנה לאחר מכן מפקידה 200 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתכנית החסכון היא 0.5% לחודש בשנתיים הראשונות ו-1.5% לחודש בשאר התקופות. כמה יצטבר לזכותה בתום 5 שנות חיסכון?
- (27)** ליעד פתח תכנית חסכון ל-5 שנים. במהלך השנתיים הראשונות הפקיד 1,000 ₪ לחודש. ב-3 שנים שאחר כך הוכפל סכום ההפקדה. הריבית החודשית 1% לחודש. כמה יצטבר לזכות ליעד בתום התקופה?
- (28)** ליעד פתח תכנית חסכון ל-5 שנים. במהלך השנתיים הראשונות הפקיד סכום מסוים כל חודש וב-3 שנים שאחר כך הוכפל סכום ההפקדה. הריבית החודשית 1% לחודש. ידוע כי בתום התקופה הצטבר לזכותו 50,000 ₪. מה היה סכום ההפקדה בשנה הרביעית?
- (29)** חוסך הפקיד 2,000 ₪ לחודש בתוכנית חסכון למשך 3 שנים. הריבית בתוכנית החיסכון 1% לחודש. בתום תקופת החיסכון קיבל החוסך מענק של 10% מסכום הפקדויות. כמה יקבל החוסך בתום תקופת החיסכון?
- (30)** אורית, יועצת מס מוסמכת הפקידה לעובדיה 900 ₪ לחודש בקרן השתלמות למשך שנתיים. במהלך השנתיים לאחר מכן לא הפקידה כלל. מתום שנה רביעית חזרה להפקיד והעלתה את סכום ההפקדה ל-2000 ₪ לחודש למשך שנתיים נוספות. כמה הצטבר בקרן בתום 6 שנים באם הריבית 7% לחודש?
- (31)** חוסך מפקיד 100 ₪ כל חודש למשך שנה, כמה הצטבר לזכותו בתום שנתיים? באם הריבית 5% לחודש בשנה הראשונה ו-1% לחודש בשאר השנים?
- (32)** יהל מפקיד 100 ₪ בתחילת כל חודש למשך שנה, כמה הצטבר לזכותו בתום שנתיים באם הריבית 5% לחודש בשנה הראשונה ו-1% לחודש בשאר השנים?

(33) פרט מתלבט בין החלופות הבאות:

א. הפקדה של 100 ₪ לשנה במשך שנתיים ומתום שנה שלישית 200 ₪ לשנה למשך 4 שנים.

ב. הפקדה חד פעמית של 850 ₪ בתום שנה רביעית.
הריבית השנתית היא 3%, איזו חלופה עדיפה?

(34) כמה עליי להפקיד היום בתוכנית חיסכון הנושאת ריבית של 0.5% לחודש, באם אני מעוניין שבפירעון התוכנית בתום שנתיים וחצי מהיום יעמוד לזכותי סך של 5000 ₪?

(35) לקוח מפקיד סכום מסוים בתחילת כל חודש למשך שנתיים וזאת על מנת שיוכל להנות מקצבה של 3000 ₪ כל חודש למשך שנה אך החל מתום שנה רביעית. מה הסכום הקבוע שעליו להפקיד, באם הריבית 1% לחודש?

(36) ברצונך להגיע לסכום של 100,000 ₪ בעוד 10 שנים מהיום. לשם כך הפקדת היום 20,000 ₪ באופן חד פעמי ל-10 שנים ובנוסף לכך הפקדת במשך 36 החודשים הראשונים 100 ₪ בסוף כל חודש. ריבית 0.5% לחודש. האם הצלחת לעמוד ביעד?

P.V חד פעמי:

(37) זכייה בהגרלה מבטיחה את התקבולים הבאים: 100 ₪ היום, 200 ₪ נוספים לאחר שנה, 300 ₪ בתום שנה שישית. מה שווי הכרטיס היום בהנחה שהריבית היא 1% לשנה בשנה הראשונה, 3% לשנה בשלוש השנים לאחר מכן ו-5% בשאר השנים?

(38) לקוח עתיד לקבל מענק התמדה של 15,000 ₪ בתום 13 שנות עבודה במפעל. שער הריבית במשק עומד על 4%. מה ערכו הנוכחי של המענק?

(39) לקוח עתיד לקבל מענק התמדה של 15,000 ₪ בתום 13 שנות עבודה במפעל. שער הריבית במשק עומד על 4% לשנה בחמש השנים הראשונות ולאחר מכן 5% לשנה בשאר השנים. מה ערכו הנוכחי של המענק?

(40) אביו של יהל הפקיד עבורו היום 2,500 ₪ ובתום 6 שנים הפקיד 2,500 ₪ נוספים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 3.5%. מה שווי ההפקדות היום?

- 41** אביו של יהל הפקיד עבורו היום 2,500 ₪ ובתום 6 שנים הפקיד 2,500 ₪ נוספים. התוכנית נושאת תשואה שנתית של 3.5% בשנה הראשונה, 5% בשנתיים לאחר מכן ו-10% בשאר השנים. מה שווי ההפקדות היום?
- 42** דור פתח תוכנית חיסכון לקראת הגיוס כאשר היום הפקיד 15,000 ₪ בתום 3 שנות שירות הצטבר לזכותו סכום של 16,390 ₪. מה שיעור התשואה השנתי שלה זכה דור?
- 43** דור פתח תוכנית חיסכון לקראת הגיוס כאשר היום הפקיד 15,000 ₪ ובתום 4.5 שנות שירות (חובה + קבע) הצטבר לזכותו סכום של 16,390 ₪. ידוע כי במועד השחרור קיבל מענק של 750 ₪. מה שיעור התשואה השנתי שלה זכה דור?
- 44** נהג אוטובוס מפריש לחיסכון סכום של 300 ₪ כל שנה שנייה החל מעוד שנה ובמשך 4 פעמים. מה שווי ההפקדות היום, באם הריבית 0.3% לשנה?
- 45** נהג אוטובוס מפריש לחיסכון סכום של 300 ₪ כל שנה שנייה החל מעוד שנה ובמשך 4 פעמים. מה שווי ההפקדות היום, באם הריבית 3% לשנה בארבע השנים הראשונות ולאחר מכן הריבית צונחת ל-1%?
- 46** חשב את הערך הנוכחי של 600 ₪ לשנה שיתקבלו בסוף כל שנה במשך 3 שנים אם ידוע ששער ההיוון השנתי הוא 5% לשנה.
- 47** חשב את הערך הנוכחי של 600 ₪ לשנה שיתקבלו בסוף כל שנה במשך 3 שנים אם ידוע ששער ההיוון השנתי הוא 5% לשנה בשנה הראשונה, 3% לשנה בשנה השנייה ו-1% בשנה האחרונה.
- 48** אלכס עתיד לקבל את תווי השי הבאים לקראת החגים : 100 ₪ בעוד חודש ו-300 ₪ בעוד 3.5 חודשים מהיום. שער הריבית החודשי במשק 1.5%. מה שווי תווי הקניות היום?
- 49** אלכס עתיד לקבל את תווי השי הבאים לקראת החגים : 100 ₪ בעוד חודש, 100 ₪ בעוד חודשיים ו-300 ₪ בעוד 3.5 חודשים מהיום. שער הריבית במשק 1.5% לחודש הראשון וידוע כי הריבית גדלה ב-1% לחודש. מה שווי תווי הקניות היום?

- (50)** ניתן לרכוש מוצר ב-1000 ₪ במזומן, או ב-3 תשלומים שנתיים של 360 ₪ כל אחד (תשלום ראשון בקניה). שער הריבית במשק 5% לשנה. האם כדאי לקנות במזומן או בתשלומים?
- (51)** ניתן לרכוש מוצר ב-1000 ₪ במזומן, או ב-3 תשלומים שנתיים של 360 ₪ כל אחד (תשלום ראשון בסוף שנה ראשונה). שער הריבית במשק 5% לשנה. האם כדאי לקנות במזומן או בתשלומים?
- (52)** מהו הערך הנוכחי של התזרים הבא: 500 ₪ בתום שנה ראשונה ושנייה ו-1000 ₪ בתום שנה שלישית ורביעית, בהנחה שהריבית היא 2% בשנה הראשונה והיא גדלה ב-1% כל שנה.
- (53)** לקוח עתיד לקבל סכום של 250 ₪ בתום שנתיים מהיום וסכום נוסף של 500 ₪ בתום 6.5 שנים. מה ערכם הנוכחי של הסכומים באם הריבית היא 1% לשנה בשנה הראשונה ולאחר מכן יורדת ל-0.5%?
- P.V סדרתי:**
- (54)** הפקדת סכום של 100 ₪ כל חודש למשך שנה בריבית של 2% לחודש. מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?
- (55)** הפקדת סכום של 100 ₪ בתחילת כל חודש למשך שנה בריבית של 2% לחודש. מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?
- (56)** עו"ד מפריש לקופת גמל 200 ₪ כל חודש למשך 3 שנים. מה שווי הקופה היום באם הריבית החודשית 1% לחודש?
- (57)** עו"ד מפריש לקופת גמל 200 ₪ בתחילת כל חודש למשך 3 שנים. מה שווי הקופה היום באם הריבית החודשית 1% לחודש?
- (58)** עו"ד מפריש לקופת גמל 200 ₪ כל חודש למשך 3 שנים. מה שווי הקופה היום באם הריבית החודשית 3% במהלך השנה הראשונה ולאחר מכן הריבית יורדת ל-2% בחודש?
- (59)** מר מאגדי מפקיד 500 ₪ כל חודש למשך שנה. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 1% לחודש. מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?

- 60** מר מאגדי מפקיד 500 ₪ כל חודש למשך שנה. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 1% לחודש בארבעת החודשים הראשונים ו-2% לחודש בשאר החודשים.
מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?
- 61** גברת שושי מפקידה 200 ₪ כל חודש למשך 3 שנים ובשנתיים לאחר מכן מפקידה 400 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 1% לחודש. חשב את ערכם של ההפקדות היום.
- 62** לקוחה מפקידה 100 ₪ כל חודש למשך שנתיים ובשנה לאחר מכן מפקידה 200 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 0.5% לחודש בשנתיים הראשונות ו-1.5% לחודש בשאר התקופות.
חשב את ערכם של ההפקדות היום.
- 63** לקוחה מפקידה 100 ₪ כל חודש למשך שנתיים ובשנה לאחר מכן מפקידה 300 ₪ לחודש. הריבית החודשית בתוכנית חסכון היא 2% לחודש בשנתיים הראשונות ו-4% לחודש בשאר התקופות.
חשב את ערכם של ההפקדות היום.
- 64** ליעד פתח תוכנית חסכון ל-5 שנים. במהלך השנתיים הראשונות הפקיד 1,000 ₪ לחודש. ב-3 השנים שאחר כך הוכפל סכום ההפקדה. הריבית החודשית 1% לחודש. מה שווי החסכון במונחי ערך נוכחי?
- 65** ליעד פתח תוכנית חסכון ל-5 שנים והפקיד בה היום 80,000 ₪. במהלך השנתיים הראשונות מהחיסכון סכום מסוים כל חודש וב-3 השנים שאחר כך משך סכום כפול. הריבית החודשית 1% לחודש.
מה היה סכום המשיכה בשנה הרביעית?
- 66** ליעד פתח תוכנית חסכון ל-5 שנים והפקיד בה היום 80,000 ₪. במהלך השנתיים הראשונות מהחיסכון סכום מסוים כל חודש וב-3 השנים שאחר כך משך סכום כפול. בתום המשיכה האחרונה גילה להפתעתו כי נותר בחשבון סכום של 2000 ₪. הריבית החודשית 1% לחודש.
מה היה סכום המשיכה בשנה השלישית?
- 67** אורית, יועצת מס מוסמכת הפקידה לעובדיה 700 ₪ לחודש בקרן השתלמות למשך שנתיים. במהלך השנתיים לאחר מכן לא הפקידה כלל ומתום שנה רביעית חזרה להפקיד והעלתה את סכום ההפקדה ל-1000 ₪ לחודש למשך שנתיים נוספות.
מה שווי ההפקדות במונחי ערך נוכחי באם הריבית 2% לחודש?

68 לקוח מפקיד בתחילת כל חודש 100 ₪ למשך שנה ו-200 ₪ בסוף כל חודש למשך שנה במהלך השנה השנייה. שיעור התשואה החודשי 2%. מה שווי הנוכחי של ההפקדות?

69 זכית בטוטו בסכום של 4,000,000 ₪. מציעים לך לקבל את כל הסכום בתשלום מיידי אחד או לקבל סכום קבוע בסוף כל שנה למשך 40 שנים. הריבית השנתית 6%. מה הסכום הקבוע השנתי שעליך לדרוש?

70 לווה קיבל הלוואה לפני 10 שנים. ההלוואה נפרעת בתשלומים חודשיים שווים בריבית של 1% לחודש. היום לאחר ביצוע התשלום החודשי נותרו 36 תשלומים חודשיים של 1,500 ₪ כל אחד. אם הלווה רוצה לפרוע בפירעון מוקדם, את יתרת החוב, כמה יצטרך לשלם?

71 מחיר המוצר בקטלוג 14,000 ₪. ניתן לקבל הנחת מזומן 10% או לשלם 7 תשלומים חודשיים של 2,000 ₪ בכל תשלום. הנח כי הריבית במשק היא 2% לחודש. האם עסקת האשראי כדאית?

72 חברת "מאג" למשלוחים בינ"ל מעוניינת להתייעל לחמשת השנים הבאות ומתלבטת בין 2 חלופות:

א. השקעה במחשב על שעלותו 50,000 ₪ אך נדרש לתחזוקה שנתית בסך 4,000 ₪ לשנה.

ב. המשך עבודה עם המחשב הקיים הנושא עלות אחזקה שנתית של 13,000 ₪. מחיר ההון של החברה 4%, באיזו אפשרות תבחר?

73 לקוח הפקיד סכום מסוים היום וזאת על מנת שיוכל להנות מקצבה קבועה של 100 ₪ כל חודש למשך שנתיים, אך החל מעוד שנתיים מהיום, הריבית היא 1% לחודש. מה הסכום שעליך להפקיד היום?

74 אופיר מתכנן להפקיד כל חודש סכום מסוים במשך שנה. חודש לאחר ההפקדה האחרונה מתכנן למשוך סכום הגדול ב-300 ₪ מסכום ההפקדה החודשית. המשיכות יימשכו למשך שנה. הריבית החודשית בתקופת ההפקדות שווה ל-3% ואילו הריבית החודשית בתקופת המשיכות שווה ל-1%. כמה כסף יצטבר לאופיר לאחר שנה של הפקדות?

75 משפחה קיבלה הודעת חיוב לתשלום ארנונה על סך 6,000 ₪ אותו עליה לשלם בעוד 6 חודשים מהיום, אך אם הסכום ישולם היום תקבל המשפחה הנחה של X%. הנח שהתשואה האלטרנטיבית היא 3.5% לחודש, מהו שיעור ההנחה המינימלי שתדרוש המשפחה על מנת להקדים את התשלום בשישה חודשים?

76 יהל מעוניין להבטיח לעצמו הכנסה חודשית בסך 3,000 ₪ כל חודש במשך 6 שנים, החל מבעוד שנתיים. מהו הסכום במזומן אותו עליו להפקיד היום בתוכנית חיסכון, אם התוכנית נותנת תשואה של 1% לחודש בשנה הראשונה ולאחר מכן הריבית עולה ל-2%.

P.V סדרתי אינסוף:

77 הפקדת סכום של 100 ₪ בכל תחילת חודש לצמיתות בריבית של 1% לחודש. מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?

78 הפקדת סכום של 100 ₪ בכל חודש לצמיתות בריבית של 1% לחודש. מה ערכם הנוכחי של ההפקדות?

79 דירת מגורים בפלורנטין מניבה שכ"ד של 200 אש"ח בשנה לצמיתות. הדירה מוצעת למכירה במחיר של 4000 אש"ח. מה שיעור התשואה על הנכס?

80 דירת מגורים בפלורנטין מניבה שכ"ד של 200 אש"ח בשנה לצמיתות. הדירה מוצעת למכירה במחיר של 4000 אש"ח. מה שיעור התשואה על הנכס בהנחה ששכ"ד משולם בכל תחילת שנה?

81 מה הסכום המרבי שכדאי להפקיד בתחילת השנה, אם מתקבלת הכנסה של 13 אש"ח לצמיתות, והריבית במשק 2.5% לשנה?

82 אם חוסך נדרש להפקיד 25,000 ₪ בתחילת השנה, כדי לקבל הכנסה שנתית של 1,000 ₪ לצמיתות, מה הריבית במשק?

83 אם חוסך נדרש להפקיד 25,000 ₪ בתחילת השנה, כדי לקבל הכנסה של 1,000 ₪ לצמיתות בתחילת כל שנה, מה הריבית במשק?

84 נכס מניב שכ"ד של 300 ₪ כל שנה לצמיתות. הנח ששכ"ד האחרון התקבל לפני חצי שנה. מה שווי הנכס היום, בהנחה ששיעור התשואה 4% לשנה?

85 מוצע לפרט, לבחור אחת משתי אפשרויות:

א. הכנסה חודשית של 300 ₪ למשך 10 שנים ראשונות, ומאז הכנסה חודשית של 40 ₪ לצמיתות.

ב. הכנסה חודשית של 320 ₪ עד לאינסוף. הריבית החודשית 1% לחודש. איזו חלופה עדיפה?

- 86** מוצע לפרט, לבחור אחת משתי אפשרויות:
- א. הכנסה חודשית של 300 ₪ למשך 10 שנים ראשונות, ומאז הכנסה חודשית של 40 ₪ לצמיתות.
- ב. קבלת הכנסה מסוימת כל חודש עד לאינסוף.
- הריבית החודשית 1% לחודש.
- מה הסכום שעליי לקבל כדי ליצור אדישות בין החלופות?
- 87** חברה מחלקת דיבידנד בסוף כל שנה. הדיבידנד האחרון שחולק היה 100 ₪. שיעור התשואה הנדרש על מניות החברה הוא 4% לשנה. נניח שמדיניות החברה תמשך לעולם. מה שווי מניית החברה בהנחה שהדיבידנד האחרון חולק היום?
- 88** חברה מחלקת דיבידנד בסוף כל שנה. הדיבידנד האחרון שחולק היה 100 ₪. שיעור התשואה הנדרש על מניות החברה הוא 4% לשנה. נניח שמדיניות החברה תמשך לעולם. מה שווי מניית החברה בהנחה שהדיבידנד האחרון חולק לפני רבע שנה?
- 89** בסוכנות רכב קיבלת את ההצעה הבאה:
- א. קבלת שובר דלק בשווי של 250 ₪ בכל תחילת חודש לצמיתות.
- ב. קבלת X% הנחה ממחיר הרכב שעומד על 180,000 ₪.
- הריבית החודשית האלטרנטיבית עומדת על 1%.
- מה אחוז ההנחה שישאיר את הלקוח אדיש בין האלטרנטיבות?
- 90** מר מאגדי מעוניין להבטיח לעצמו הכנסה של 2500 ₪ לשנה במשך 10 שנים ולאחר מכן הכנסה של 3000 ₪ לצמיתות כך שההכנסה הראשונה של 3000 ₪ תתבצע לאחר 4 שנים מההכנסה האחרונה של 2500 ₪. הריבית 2% לשנה בחמש השנים הראשונות ולאחר מכן עולה ל-4%. מהו סכום ההפקדה שנדרש ממר מאגדי להפקיד היום בתוכנית חיסכון?

תשובות סופיות:

2296.3 (4	1459 (3	1191 (2	418 (1
62,370 (8	3% (7	3% (6	3528.7 (5
1396.2 (12	2087.16 (11	233.79 (10	51,282 (9
481 (16	ב' (15	666 (14	1438.1 (13
45,620.6 (20	435.3 (19	431 (18	4310.3 (17
21,728.47 (24	124,923.3 (23	11,488.5 (22	31,641.5 (21
801.6 (28	124,746.12 (27	8075.17 (26	39,474 (25
1883.2 (32	1793.5 (31	1,565,946.6 (30	111,807.9 (29
לא (36	985.9 (35	4305.1 (34	א' (33
4533.75 (40	8344.6 (39	9008.6 (38	546 (37
4533.75 (44	3% (43	3% (42	4146 (41
480.3 (48	1675.5 (47	1633.9 (46	1087.4 (45
966.114 (52	980.3 (51	1029.3 (50	470.12 (49
60,216 (56	1078.6 (55	1057.5 (54	727 (53
5470.59 (60	5627.53 (59	4643.97 (58	60,817 (57
68,667 (64	3641.8 (63	4191.5 (62	11,960.5 (61
3483 (68	20,696.9 (67	2298.2 (66	2330 (65
ב' (72	לא (71	45,162 (70	265,851.3 (69
81,394 (76	18.6% (75	16,275.4 (74	1689.7 (73
5.26% (80	5% (79	8963.23 (78	10,100 (77
7648.5 (84	4.16% (83	4% (82	520 (81
2524.6 (88	2500 (87	221.22 (86	ב' (85
		69,592.4 (90	14% (89

מכינה במתמטיקה

פרק 9 - ריבית

תוכן העניינים

1. כללי 39

ריבית:

שאלות:

- (1) לווה קיבל הלוואה של 500 ₪ בריבית שנתית של 12% מחושבת חודשית. מה הריבית האפקטיבית השנתית על ההלוואה?
- (2) לווה קיבל הלוואה של 700 ₪ בריבית שנתית של 12% מחושבת רבעונית. מה הריבית האפקטיבית השנתית על ההלוואה?
- (3) התקבלה הלוואה בריבית מוצהרת של 20% לשנה, המחושבת כל רבעון. הריבית משולמת בסוף כל רבעון והקרן בתום 10 חודשים. מה הריבית האפקטיבית השנתית של ההלוואה?
- (4) לקוח קיבל הלוואה של 300 ₪ בריבית שנתית של 16% מחושבת רבעונית. חשב את הריבית האפקטיבית השנתית על ההלוואה.
- (5) לקוח קיבל הלוואה של 100 ₪ בריבית שנתית של 18% מחושבת חודשית. חשב את הריבית האפקטיבית השנתית על ההלוואה.
- (6) לקוח קיבל הלוואה של 100 ₪ בריבית שנתית של 18% מחושבת חודשית. חשב את הריבית האפקטיבית השנתית על ההלוואה.
- (7) מר מאגדי הפקיד היום 100 ₪ ולהפתעתו הרבה נצבר בחשבונו סכום של 105 ₪ לאחר חצי שנה. מה הריבית האפקטיבית השנתית של התוכנית?
- (8) מר מאגדי הפקיד היום 200 ₪ ולהפתעתו הרבה נצבר בחשבונו סכום של 220.6 ₪ כעבור שנתיים וחצי. מה הריבית האפקטיבית השנתית של התוכנית?
- (9) חברה חייבת לבנק 12,000 ₪. החברה מציעה לבנק החזר בתום 30 חודשים, בסך של 14,500 ₪. בתנאים אלו מה הריבית האפקטיבית השנתית שמקבל הבנק?
- (10) לקוח התחייב לשלם סך של 1,800 ₪ בעוד 4.5 חודשים. לחילופין הלקוח יכול לקבל הנחה של 8% אם ישלם תוך חצי חודש. בתנאים אלו מה הריבית האפקטיבית השנתית?

- 11) חוסך הפקיד בבנק 10,000 ₪ לשלוש שנים וחצי. בתום התקופה קיבל 11,500 ₪. מה הריבית האפקטיבית השנתית שקיבל?
- 12) לקוח חייב לשלם סך של 7,500 בעוד חודש. לחילופין הלקוח יכול לשלם בעוד 6 חודשים 8,000 ₪. בתנאים אלה, אם ירצה לשלם את הסכום בתום שנה, בריבית אפקטיבית שנתית זהה, כמה ישלם?
- 13) חברה חייבת לבנק 12,000 ₪. החברה מציעה לבנק לקבל בתום 24 חודשים החזר בסך של 14,500 ₪. בתנאים אלו מה הריבית האפקטיבית השנתית שמקבל הבנק?
- 14) לווה החליט לבדוק הלוואות שונות. ההלוואה העדיפה ללווה על בסיס שנתי היא:
- א. 18% לשנה מחושב חודשי.
 - ב. 22% לשנה.
 - ג. 4.5% לרבעון.
- 15) ידוע שהריבית השנתית המוצהרת היא 36%. מהי הריבית האפקטיבית השנתית, כאשר חישוב הריבית מתבצע באופן רציף?
- 16) ידוע שהריבית השנתית המוצהרת היא 50%. מהי הריבית האפקטיבית השנתית, כאשר חישוב הריבית מתבצע באופן יומי?
- 17) ידוע שהריבית השנתית המוצהרת היא 36%. מהי הריבית האפקטיבית לרבעון, כאשר חישוב הריבית מתבצע באופן רציף?
- 18) ידוע שהריבית השנתית המוצהרת היא 40%. מהי הריבית האפקטיבית לשנתיים, כאשר חישוב הריבית מתבצע באופן רציף?
- 19) מה הערך הנוכחי של הכנסות מנכס המניב 800 ₪ אחת ל-6 שנים, החל מבעוד 6 שנים למשך זמן אינסופי? ידוע ששער הריבית במשק הוא 2% לשנה.
- 20) מה הערך הנוכחי של הכנסות מנכס המניב 800 ₪ אחת ל-6 שנים, החל מהיום למשך זמן אינסופי? ידוע ששער הריבית במשק הוא 2% לשנה.

- (21)** מה הערך הנוכחי של הכנסות מנכס המניב 800 ₪ אחת ל-6 שנים, החל מבעוד 4 שנים למשך זמן אינסופי?
 ידוע ששער הריבית במשק הוא 2% לשנה.
- (22)** חשב את הריבית האפקטיבית השנתית, בהנחה שהבנק גובה ריבית של 12% לשנה המחושבת כל:
 א. חודש.
 ב. רבעון.
 ג. חצי שנה.
- (23)** הבנק מציע למפקידים לשנה את אחת מהחלופות הבאות:
 א. ריבית של 1.5% לחודש.
 ב. ריבית שנתית של 12% המחושבת כל רבעון.
 ג. ריבית של 4% לרבעון.
 איזה פיקדון תעדיף?
- (24)** לקוח מפקיד סכום של 300 ₪ בכל תחילת חודש למשך שנתיים, התוכנית מציעה ריבית אפקטיבית שנתית של 12.7% במהלך השנה הראשונה ואילו לאחר מכן עולה הריבית ל-26.8% אפקטיבי לשנה.
 בתום חמש שנים החליט הלקוח לפרוע את הפיקדון, מה הסכום שקיבל?
- (25)** אדון מאגדי מקבל הכנסה של 7000 ₪ כל רבעון לצמיתות מהשכרת נדל"ן מניב, ההכנסה הראשונה החל מעוד חודש מהיום.
 מה יהיה שווי הנכס היום בשוק בהנחה שהריבית האפקטיבית השנתית 8.24%?
- (26)** העירייה מציעה לך לשלם את הארנונה בתשלום יחיד במזומן או ב-12 תשלומים חודשיים שווים, כאשר התשלום הראשון מיידי, בתמורה לתשלום במזומן תקבל הנחה בגובה 22%.
 מה שער הריבית האפקטיבי השנתי הגלום בהצעה?
- (27)** חשב את הריבית האפקטיבית השנתית שהבנק גובה במידה והריבית הנקובה 16% לשנה והיא מחושבת כל רבעון ובנוסף הבנק גובה ריבית של 10% לשנה, המחושבים בכל תחילת מחצית שנה.

- (28)** לפרט מוצעות 2 אלטרנטיבות לנטילת הלוואה בגובה 50,000 ₪ לתקופה של שנה. איזו חלופה תבחר מבין האלטרנטיבות הבאות:
- א. ריבית מראש של 16% לשנה, מחושבת כל חצי שנה ובנוסף לכך ריבית שנתית נקובה של 4%, מחושבת כל רבעון.
- ב. ריבית מראש של 20% לשנה, מחושבת כל רבעון.
- (29)** לפרט מוצעות 3 אלטרנטיבות לנטילת הלוואה בגובה 100,000 ₪ לתקופה של שנה:
- א. עמלת הקצאת אשראי של 6% לשנה.
- ב. ריבית מראש של 2% לחודש.
- ג. ריבית מראש של 4% לשנה ובנוסף לכך ריבית שנתית נקובה של 6%.
- איזו חלופה תבחר?
- (30)** מה הריבית האפקטיבית השנתית של לקוח אשר לקח הלוואה בסך 100,000 ₪ מהבנק לתקופה של שנה, שילם עמלה עבור פתיחת תיק בסך 1000 ₪ ובנוסף ידוע כי הבנק גובה ריבית של 5% בסוף כל שנה?
- (31)** ניתן לקבל הלוואה של 10,000 ₪ לשנה. יש לחשב את הריבית האפקטיבית השנתית כאשר הריבית השנתית מראש שיש לשלם היא בסך 1500 ₪.
- (32)** מהי הריבית האפקטיבית השנתית שהבנק גובה באם ידוע כי הריבית השנתית היא 6% מראש ובנוסף 10% בסוף?
- (33)** ניתן לקנות רכב שטח ולשלם 180,000 ₪ בהמחאה לעוד 3 שנים. לחילופין ניתן לקבל הנחה של 10% מהסכום העתידי ולשלם מיידית במזומן. מה שיעור הריבית האפקטיבית השנתית?
- (34)** מהי הריבית האפקטיבית השנתית, כאשר ידוע שהריבית מראש השנתית היא 20%?
- (35)** לווה ביקש הלוואה של 50,000 ₪ לשנה. הריבית על ההלוואה 1% לחודש. בנוסף הלווה משלם 750 ₪ מראש דמי טיפול בגין ההלוואה. מה הריבית האפקטיבית לתקופת ההלוואה?
- (36)** לווה ביקש הלוואה של 50,000 ₪ לשנתיים. הריבית על ההלוואה 1% לחודש. בנוסף הלווה משלם 750 ₪ מראש דמי טיפול בגין ההלוואה. מה הריבית האפקטיבית לתקופת ההלוואה?

(37) בנק גובה ריבית של 24% לשנה מחושבת חודשית. בנוסף הבנק גובה 5% שנתי מראש עבור דמי פתיחת תיק ההלוואה ללא תלות במשך ההלוואה. מה הריבית האפקטיבית השנתית?

תשובות סופיות:

16.98% (4	21.55% (3	12.55% (2	12.68% (1
4% (8	10.25% (7	18% (6	19.56% (5
8644.9 (12	4.07% (11	28.42% (10	7.876% (9
64.8% (16	43.3% (15	הלוואה ג' (14	9.92% (13
7144.56 (20	6344.17 (19	121.5% (18	9.2% (17
12.36% ג. (26	12.55% ב. (25	12.68% א. (22	6600 (21
77% (26	354620 (25	17604.2 (24	חלופה א' (23
חלופה א' (29	22.7% ב. (32	22.9% א. (28	29.6% (27
3.5% (33	17.02% (32	17.64% (31	6.06% (30
33.49% (37	28.9% (36	14.39% (35	56.25% (34